

コースティックス法の原理と応用例について

清水紘治（関東学院大）

Principle of the Method of Caustics and its Application

Koji SHIMIZU (Kanto Gakuin University)

Fundamental principle of the method of caustics is described and some applications of this technique on various problems at our laboratory are shown. When this technique is applied to the stress-frozen model in photoelasticity, there appears very different caustic patterns from those of usual one. Next, as an example of application on the dynamic fracture problem, analysis of fracture behavior of ceramic materials under dynamic loading at high temperatures is described. Moreover, special application of this principle on the method of ultrasonic caustics which is used to evaluate the defect size in the circular rods in water is shown.

1. はじめに

応力解析法として、コースティックス法は種々の問題に応用されているが、コースティックスとは物理学で一般的に著しく集合した場を意味しており、光、音響、電磁波などに見られる¹⁾。これらの中で目に見えるのは光だけであるが、その光の場合について考えると、光が集まった焦点を意味し、これがコースティックスの語源である。光だけでなく、大気中における電磁波、深海中を伝わる音波などにおいても現れる現象で、種々の分野で考察が行われている¹⁾。

我々が利用しているのは光学の分野におけるもので、光が集まって形成される線、caustic curveである。コースティックス法は特に応力拡大係数の測定に有力で²⁾⁻³⁾、き裂近傍の情報を直接的に用いる利点があり、材料も高分子材料、金属材料さらにセラミックスなどにも適用できる。静的き裂問題のみならず動的き裂問題、応力腐食の問題などにも応用されている。この現象はまた応力・ひずみ測定以外の問題にも応用されており、たとえば通信および電子機器の材料であるオプティカルファイバを引き抜きで製造するときの、引き抜き部の形状管理をするパラメータ計測⁴⁾に応用した例がある。さらに超音波におけるコースティック像を利用して、欠陥の非破壊検査を行う超音波コースティックス法といわれるものがある⁵⁾。このようにコースティック現象はいろいろな分野で適用がなされている。

コースティックス法に関しては、これまでに国内、国外で多くの研究がなされているが、ここでは基本的原理を示した後、我々の研究室で行ったいくつかの適用例について述べる。

2. 基本原理²⁾⁻³⁾

図1に示すように、アクリル板などの高分子材料に負荷し、光を入射させる場合を考えると、き裂近傍の応力の集中によって板の厚さ変化および屈折率の変化が生ずる。そのために入射した光の光路長が変化し、光の方向が曲げられ、その結果としてスクリーン上に光が来ない領域が生ずる。この光の来ない部分の大きさあるいは形状から、応力拡大係数の値を知ることができる。これがコースティックス法の基本原理である。図1では透過光について示したが、表面で反射する光、あるいは板の裏面で反射する光に対しても同じようになる。

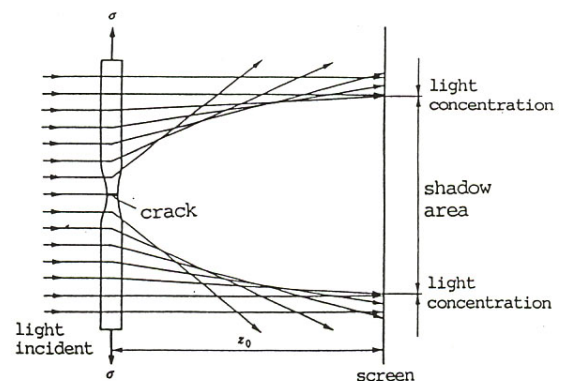


Fig.1 Principle of caustics method

スクリーン上に形成されるコースティック像の形状は理論的に計算することができる。図 1 の試験片に光を入射したとき、光の進行方向の変化量は光路長 s によって決まり、次式で与えられる。

$$\vec{w} = z_0 \text{grad}(\Delta s) \quad (1)$$

上式で z_0 は平板とスクリーンの距離である。式 (1) の s は試験片の屈折率の変化および板厚の変化より計算することができ、式 (2) のようになる。

$$\Delta s_{1,2} = c_0 \{ (\sigma_1 + \sigma_2) \pm \xi (\sigma_1 - \sigma_2) \} t \quad (2)$$

上式で、 c_0 は材料によって定まるコースティック定数、 ξ は材料の光学的異方性を示す定数、 t は板厚、 σ_1 、 σ_2 は主応力である。

以上の関係式より、コースティック像の理論的の形状を書くことができる。まず、き裂近傍における応力分布の式を用い、式 (2) の s を計算する。その s を式 (1) に代入し、計算することにより、スクリーン上における光の位置を求めることができる。その光の位置より、コースティック像の理論的の形状を求めることができる。このような手順により求めたコースティック像の例を図 2 に示す。この像は $\theta = 0$ 、つまりアクリル板のように光弾性感度が非常に小さい材料の板にき裂を入れ、モード I 型の引張荷重をかけ、これに $\nu > 0$ 、つまり平行光または発散光を入射したときに得られるコースティック像である。図には初期曲線 (initial curve) の形状も示した。図 2 を用いてコースティック像の最大直径 D と K の関係を求めることができるが、その関係式は式 (3) のようになる。

$$K_I = 1.677 \sqrt{(z_0 t c_0) \times (1/\lambda^{3/2})} \times (D/\delta)^{3/2} \quad (3)$$

c_0 は絶対値である。 ξ は光学系の倍率、 ξ は定数で静的の場合は 3.17 である。式 (3) より、コースティック像の大きさ D を測定すれば応力拡大係数 K を求めることができる。モード I、モード II さらに実際に適用するときの種々の注意点などについては文献 2)、3) を参照していただきたい。

図 2 に基本的なコースティック像を示したが、コースティック像の形状は、用いた光学系、材料の光学定数、応力の正負などによって形状が変化する。応力の正、負によって変化する例を図 3 に示した。これは図 2 の場合と同様に、平行光もしくは発散光を用い、光学的異方性のない材料に $K_I = K_{II}$ の条件で負荷したときに得られるコースティック像で、(a) は $K_I = K_{II} > 0$ の場合、(b) は $K_I = K_{II} < 0$ の場合のものである。自然き裂の場合には、 $K < 0$ のときは像は出ないが、ノッチの場合には図 3 (b) のような像が現れるので、注意が必要であり、またこれを利用して応力あるいは応力拡大係数の正、負を判断することができる。

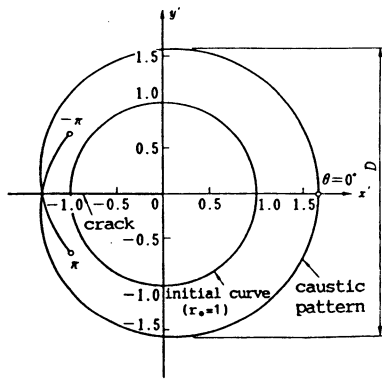


Fig. 2 Theoretical caustic pattern

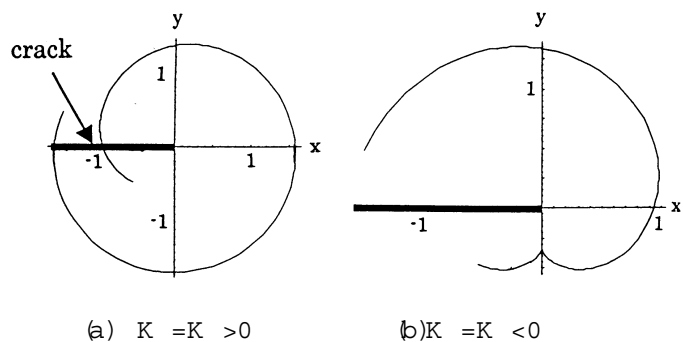


Fig. 3 Theoretical caustic pattern for mixed-mode

for Mode I ($\nu > 0, \mu = 0$)

condition ($\nu > 0, \mu = 0$)

3. 実験装置

コースティック法に関する基本的実験装置を図4に示す。図には、より一般的に発散光の場合を示した。 z_i は点光源と試験片の距離である。光源には、たとえば2mW程度のHe-Neガスレーザーが便利であるが、レーザーである必要はない。スクリーンにはたとえば10mm間隔の基準線を刻んでおくと、コースティック像の寸法を測定するときに便利である。

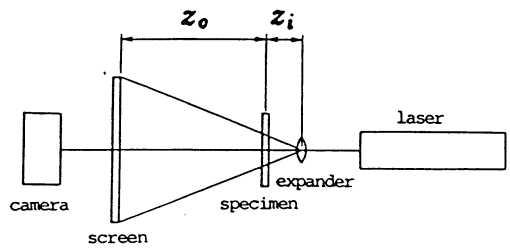


Fig.4 Schematic view of experimental apparatus of caustics method

4. 適用例

4.1 応力凍結法への応用⁶⁾

応力凍結された光弾性モデルのスライス片を浸漬液に入れ、一般的なコースティック法を適用すると、コースティック像が得られない。このように像が得られない原因は、式(2)において示したコースティック定数 c_0 および光学的異方性を示す ν の値が通常のものとは大きく異なっているためである。つまり、応力凍結しない常温の状態では普通 $c_0 < 0, \nu < 1$ であるが、応力凍結した状態におけるこれらの値を測定した結果によれば、 $c_0 > 0, \nu > 1$ となっている。 c_0 の符号はコースティック法では重要な意味を持っており、 $c_0 > 0$ ということは、光の偏りの方向が通常とは逆になっていることを示す。また $\nu > 1$ であるから、コースティック像の形成要領がこれまでと大きく異なることを意味する。 c_0 の符号が正になるということは、光の偏りは従来のものとは逆にき裂中心に集まる方向である。このような場合には収束光を用いた方が明瞭なコースティック像が得られる。応力凍結したポリカーボネート板を浸漬液に入れ、収束光を用いて実験的に得られたコースティック像の例を図5に示す。このような形状は理論的に計算したものと同様な形状を示している。図5に示されているように、通常のものとはかなり異なった形状になっている。このような手法により、応力凍結した試験片をスライスし、浸漬液に入れることによって、三次元 K 値の解析が可能である。

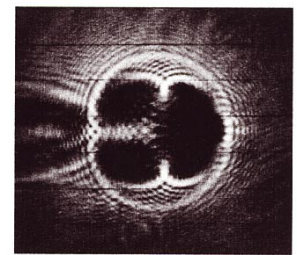


Fig.5 Caustic pattern of stress-frozen model (PC, $\nu < 0$)

4.2 セラミックスの高温動的破壊挙動⁷⁾

セラミックスの高温動的負荷条件下の破壊挙動を解析することは重要であるが、実験方法の困難さのためほとんど研究はなされていない。このような条件下で伝搬するき裂の応力拡大係数を求めるときには、コースティック法が有力である。図6はジルコニアセラミックス (PSZ)のコースティック像を1 μ sの時間間隔で撮影したものである。初期ノッチの曲率半径は $r_0 = 0.2$ mmである。このような像から求めた伝搬中のき裂の応力拡大係数 K_I およびき裂長さ a と時間の関係を図7に示す。 K_I 値はき裂が進展を開始するまで徐々に増大した後、破壊の開始とともに急に低下している。図6のコースティック像の外側に別のリングが見えるが、これはA E波に基づくものである。

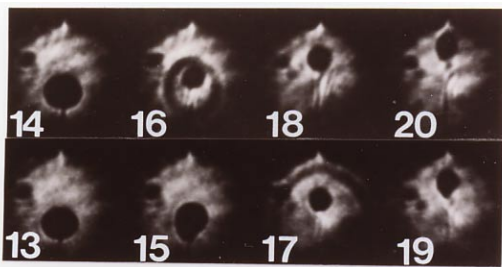


Fig.6 Caustic patterns under dynamic loading

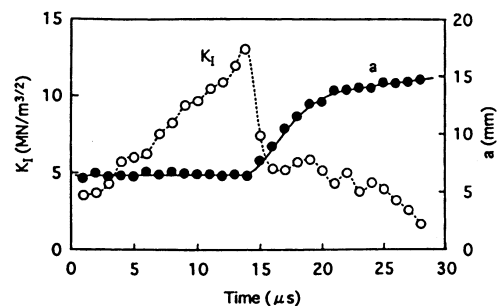


Fig.7 Variations of dynamic K_I and crack

at high temperature (PSZ, 800 °C, 10⁶ FPS)

length a with thickness t

4.3 超音波コースティックス法

超音波の場合にも光と同様に超音波が集まって強い部分が形成されることがある。一例として、図8のように水中におかれた丸棒に超音波を入射し、内面で1回反射した後、水中に出て行く超音波を考えると、図のように伝搬し、超音波が集まって強い部分が形成される。これが超音波コースティックである。この超音波コースティックを利用して、欠陥の長さなどを評価する方法が超音波コースティックス (ultrasonic caustics) 法⁵⁾である。

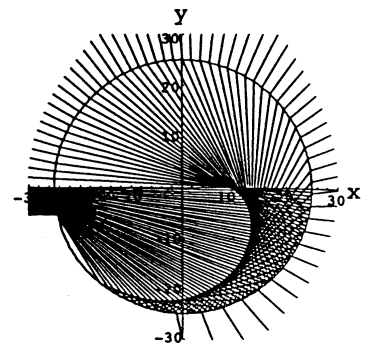


Fig.8 Formation of ultrasonic caustic pattern (Aluminum, parallel longitudinal wave)

図9に超音波コースティックス法を用いて丸棒表面に存在する欠陥の長さを評価する理論を示す。図9は欠陥を有する丸棒を水におき、超音波を入射して、透過後の超音波を受信する様子を示している。受信プローブの位置を角度 θ で、欠陥の位置を角度 α で表す。A、B点は超音波の伝搬経路と欠陥の先端が交差する位置、またC点は欠陥の先端とコースティック像が交差する位置である。受信プローブを θ の位置におき、丸棒を左回りに回転して行くと、欠陥がA B間にあるときは超音波が観測されないことになるが、B点に至ると再び超音波が観測されることになる。ある θ に対して、再び超音波が観測されるときの α の値は図8を用いて求めることができる。そのような状態における α と θ の理論的關係を求めると、 α は極小値を示すことがわかる。この α の極小値を与える θ の値を実験的に求めると、先に述べた α と θ の理論曲線と比較することにより、き裂長さ a を知ることができる。図9のAあるいはBの位置を認定することにより、欠陥長さを求める方法なども考えられるが、上に述べた方法が一般的である。

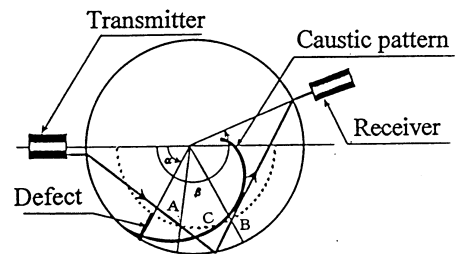


Fig.9 Basic concept of ultrasonic caustics

アルミニウムの丸棒に幅が約 0.4mm で種々の長さのノッチを入れ、欠陥の測定精度について検討を行い、平行な縦波を用いたときには約 4mm 以上の欠陥が検出できることなどを示した⁸⁾。

5. おわりに

コースティックス法に関する基本原理と、我々の研究室で行ってきた研究例として、応力凍結法への応用、セラミックスの高温動的破壊の解析への応用、さらに超音波コースティックス法に関する研究について述べた。コースティックス法に関しては、これまでに国内、国外において多くの研究がなされており、ここで述べた我々の研究例は極く僅かなものであるが、本方法の活用が広がり、光学的計測法の一部門として標準化が検討されるときに少しでも役に立つことを願っている。

参考文献

- 1) Yu A. Kravtsov and Yu I Orlov: Caustics, Catastrophes and Wave Fields, Springer-Verlag, (1993), 1.
- 2) 高橋賞監修: フォトメカニクス, 山海堂, (1997), 129-156.
- 3) A S. Kobayashi: Handbook on Exp. Mech., New Jersey, Prentice-Hall, Inc., (1987), 407-476.
- 4) T D. Dudderar: Strain, 31-2 (1995), 43-55.
- 5) J R. Brewster and K H G. Ashbee: Ultrasonics, 32-6 (1994), 421-424.
- 6) 清水、高橋: 日本機械学会論文集 (A), 55-519 (1989), 2348-2355.
- 7) M. Suetsugu, K. Shimizu and S. Takahashi: Exp. Mech., 38-1 (1998), 1-7.

8) 藤本、清水 : 日本機械学会材料力学部門講演会、(2001年8月、北見)発表予定